

การใช้ฟิลเตอร์ไร้เฟสกับตัวควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริง The use of zero phase filter with repetitive control in real time

ธรรมรัตน์ นาวิเรืองรัตน์ และ สาทิสส์ ทรงชน
ศูนย์ปฏิบัติการวิจัยและพัฒนาหุ่นยนต์ภาคสนาม (ฟีโบ้) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
91 ถ.ประชาอุทิศ แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กทม.10140
โทรศัพท์ 0-2470-9339 โทรสาร 0-2470-9691 Email: songschon@fibo.kmutt.ac.th
Thamarat NAVEERUANGRAT and Szathys SONGSCHON
Center of Operational for Field Robotics Development (FIBO), Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi
91 Pracha-u-tit Rd. Bangmod Tungkru Bangkok 10140 Thailand
Tel 0-2470-9339 Fax 0-2470-9691 Email: songschon@fibo.kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

การควบคุมแบบทำซ้ำเป็นกระบวนการปรับปรุงคำสั่งให้กับตัวควบคุมแบบป้อนกลับที่มีวิถีในการติดตามแบบเป็นคาบ หรืออาจมีสัญญาณรบกวนที่มีคาบเดียวกันเพื่อให้ความผิดพลาดของวิถีติดตามลดน้อยลงในแต่ละรอบของการทำงาน การใช้การควบคุมชนิดนี้โดยลำพังอาจไม่สามารถทำให้ระบบเกิดความเสถียรได้ วิธีการหนึ่งที่แก้ปัญหาที่ได้ผลคือการใช้ฟิลเตอร์ไร้เฟสกรองสัญญาณความถี่สูงซึ่งเป็นต้นเหตุให้ระบบขาดความเสถียร แต่เนื่องจากการสร้างฟิลเตอร์ไร้เฟสโดยทั่วไปทำให้ระบบเป็นแบบไม่มีชานวน (noncausal) จึงทำให้การควบคุมไม่ได้ปฏิบัติการอยู่ในเวลาจริง ในบทความนี้ได้เสนอวิธีการใช้ฟิลเตอร์ไร้เฟสกับการควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริง วิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพและตัวแปรที่มีผลกับค่าผิดพลาดในการติดตามและจากผลการจำลองแบบเชิงตัวเลขแสดงถึงความมีประสิทธิภาพของวิธีการในการได้รับระดับของค่าผิดพลาดในการติดตามที่ต่ำมาก (ในอันดับที่ 10^{-10}) ซึ่งจะสามารถใช้เป็นแนวทางสำหรับผู้ออกแบบตัวควบคุมชนิดนี้ได้

คำสำคัญ: การควบคุมแบบทำซ้ำ, การควบคุมในเวลาจริง, ฟิลเตอร์ไร้เฟส

Abstract

Repetitive control is a method to adjust command to feedback control systems having a periodic desired trajectory or deterministic periodic disturbances with the same period. It is difficult to satisfy stability criteria when one uses only a simple repetitive controller. Using zero phase low pass filter is an effective method to relax the stability criteria. However zero-phase filter is not a causal operating under normal circumstances. This paper presents a method to use zero phase

low pass filter with repetitive control in real time, stability analysis outline, and parameters effecting tracking errors. The results from numerical simulations show the efficacy in reaching very low level of tracking error (the order of 10^{-10}). The procedure will be a guideline for RC designers.

Keywords: repetitive control, real time control, zero phase filter

1. บทนำ

ในการควบคุมอัตโนมัติเราสามารถพบการทำงานของระบบที่มีรูปแบบที่เป็นคาบซ้ำเดิมได้โดยทั่วไป เช่นการสั่งให้แขนหุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปตามองศาต่างๆตามแนววิถีที่ต้องการ (desired trajectory) ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้การควบคุมแบบป้อนกลับ P, PI, PD, หรือ PID จะทำให้มีความผิดพลาดของวิถีติดตาม (trajectory tracking error) เกิดขึ้นซ้ำแล้วซ้ำเล่า ซึ่งอาจแยกตามสาเหตุที่เกิดขึ้นมาได้โดยสังเขป ดังนี้ ประการแรก สมมุติว่าเราได้ตัวแบบแมนตรงของพลานต์ ในเชิงคณิตศาสตร์การคำนวณค่าสั่งของระบบควบคุม (สมการอนุพันธ์ หรือสมการผลต่างสลับเนื่อง) เพื่อกำหนดหาฟังก์ชันบังคับหรือแนววิถีที่ต้องการโดยไม่เกิดความผิดพลาดทำได้ยาก ประการที่สอง การรบกวนแบบกำหนดได้ (deterministic disturbances) ซึ่งเกิดขึ้นในแต่ละรอบของการทำงานที่ให้คำสั่งเดิมกับระบบ ประการที่สาม อาจมีการรบกวนแบบสุ่มเกิดขึ้น ประการที่สี่ ความไม่แน่นอนของตัวแบบของพลานต์ซึ่งทำให้การออกแบบค่าเกินผิดพลาด

การควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ (learning control, LC) และการควบคุมด้วยวิธีทำซ้ำ (repetitive control, RC) [1-8] ของระบบควบคุม มีพื้นฐานความคิดมาจากการใช้การควบคุมแบบอินทิกรัลประยุกต์ใช้ในโดเมนการทำซ้ำ (repetition domain) เพื่อที่จะปรับปรุงการทำงานของตัวแบบอัตโนมัติเมื่อเกิดความผิดพลาดเกิดขึ้นในการทำงานที่ซ้ำเดิม การควบคุมด้วยการเรียนรู้พิจารณาการทำงานที่ต้องการการ

ติดตามวิถีที่ต้องการซ้ำเดิมหลาย ๆ รอบและในแต่ละรอบของคำสั่งสิ้นสุดลง ระบบจะเริ่มกับทำงานใหม่โดยเริ่มจากค่าเริ่มต้น(initial condition)เดิม ซึ่งเป็นการควบคุมระบบที่มีช่วงเวลาการทำงานจำกัด (finite time) ส่วนการควบคุมแบบทำซ้ำ (Repetitive Control, RC) นั้นพิจารณาคำสั่งที่จะป้อนเข้าระบบเป็นฟังก์ชันคาบ ซึ่งอาจมีการรบกวนแบบกำหนดได้ที่มีคาบเดียวกันร่วมอยู่ด้วย ระบบควบคุมทำงานต่อเนื่องไปไม่กลับมาเริ่มต้นที่จุดเริ่มต้นแต่จะมีรอบของการทำงานที่ซ้ำเดิมเป็นคาบ ซึ่งทำให้การตอบสนองชั่วคราวแพร่ข้ามคาบไปได้

หลักการการทำงานของ LC/RC นั้นเป็นการปรับปรุงคำสั่งที่ให้กับระบบควบคุมแทนที่จะปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของระบบควบคุม การปรับปรุงคำสั่งที่ให้กับระบบควบคุมนั้นทำได้โดยใช้ค่าของความผิดพลาดจากการควบคุมในคาบการทำงานที่ผ่านมา มาปรับปรุงการทำงานในรอบการทำงานในปัจจุบัน Longman และคณะ [9] ได้แสดงให้เห็นถึงเสถียรภาพของการควบคุมทั้งสองชนิดซึ่งมีผลโดยตรงมาจากการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบควบคุม และได้นำเสนอถึงความจำเป็นที่ต้องใช้ ฟิเตอร์ไร้เฟส (zero phase filter, ZPF) เพื่อที่ใช้ในการลดทอนสัญญาณของคำสั่งที่มีองค์ประกอบของสัญญาณความถี่สูงซึ่งเป็นสาเหตุของความไม่เสถียรใน LC/RC อย่างไรก็ตามการประยุกต์ใช้ฟิเตอร์ไร้เฟส นั้นจะนำคำสั่งมาปรับปรุงตลอดทั้งช่วงของคาบคำสั่งเนื่องจากการทำฟิเตอร์ไร้เฟสในสภาพทั่วไปนั้นสามารถทำได้ในกระบวนการแบบช่วง (batch process) Longman[10]เสนอวิธีใช้ฟิเตอร์ไร้เฟสกับการควบคุมด้วยวิธีทำซ้ำในเวลาจริงในเชิงทฤษฎีเบื้องต้น Songschon และ Longman[12]ปรับปรุงขยายทฤษฎีเพื่อใช้กับฟิเตอร์มาตรฐานเช่นฟิเตอร์บัตเตอร์เวิร์ทร่วมกับการควบคุมด้วยวิธีทำซ้ำ และ กล่าวถึงเสถียรภาพของระบบดังกล่าวโดยสังเขป

ในบทความนี้มีจุดประสงค์หลักที่จะนำเสนอถึงการประยุกต์ใช้ฟิเตอร์ไร้เฟสกับตัวควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริงโดยการปรับปรุงแบบต่อเนื่องทุก ๆ ช่วงเวลาซึ่งจะทำให้ผลกระทบของการเริ่มต้นปรับปรุงค่านั้นน้อยลง และแสดงถึงประสิทธิภาพขั้นสูงในการติดตามวิถีที่ต้องการ ซึ่งบทความนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีของ RC และ ZPF หลักการประยุกต์ใช้งาน ZPF กับ RC ในเวลาจริง ผลการจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อศึกษาถึงปัจจัยที่มีผลต่อความมีเสถียรภาพและการเรียนรู้ของตัวควบคุม ในส่วนสุดท้ายจะเป็นบทสรุป

2. ทฤษฎี

2.1 การควบคุมแบบทำซ้ำ [1]

ในรูปที่ 1 แสดงการควบคุมแบบทำซ้ำ กำหนดให้ $U(z)$ เป็นสัญญาณอินพุตที่ป้อนให้กับ $G(z)$ ซึ่งระบบควบคุมแบบดิจิทัล, $Y_d(z)$ เป็นแนววิถีที่ต้องการ (desired trajectory) ซึ่งเป็นคาบ, $W(z)$ เป็นค่าของสัญญาณรบกวนแบบกำหนดได้ซึ่งมีคาบเดียวกับ $Y_d(z)$

$$Y(z) = G(z)U(z) + W(z) \quad (1)$$

เมื่อ $Y(z)$ เป็นสัญญาณเอาต์พุตที่ออกมาจะระบบ $E(z) = Y_d(z) - Y(z)$ เป็นความผิดพลาดในการติดตาม(tracking error) ที่เกิดขึ้น การปรับปรุงคำสั่งด้วยวิธีการทำซ้ำอย่างง่ายทำได้โดยใช้สัญญาณอินพุตที่จะให้กับระบบควบคุม ณ เวลาปัจจุบัน (k) นั้นได้

จากข้อมูลจากอินพุตในคาบที่เพิ่งผ่านมา ณ ระยะห่างของเวลาเดียวกันเมื่อเทียบกับช่วงเวลาในหนึ่งคาบ (p) รวมกับค่าผลคูณของความผิดพลาดในการติดตาม ณ เวลาที่เหมาะสม สมมติเป็น $k - p - \gamma$ กับค่าคงที่ของการเรียนรู้ (learning gain) กล่าวเป็นสมการคณิตศาสตร์คือ

$$u(k) = u(k - p) + \phi e(k - p + \gamma) \quad (2)$$

เมื่อ k คือขั้นเวลาปัจจุบันและ γ คือค่ามูมเฟสล้ำหน้าเชิงเส้น (linear phase lead)บวกหนึ่ง หากพิจารณาสมการที่ (2) ในโดเมนของผลการแปลง z เราสามารถเขียนได้ว่า

$$U(z) = z^{-p}U(z) + \phi z^{-\gamma} E(z) \quad (3)$$

$$E(z) = Y_d(z) - G(z)U(z) - W(z) \quad (4)$$

การรวมสมการที่ (3) และ (4) เข้าด้วยกันและใช้สมมติฐาน $Y_d(z)$ และ $W(z)$ เป็นฟังก์ชันคาบ p เดียวกันซึ่งมีผลให้ $(z^p - 1)Y_d(z) = 0$ และ $(z^p - 1)W(z) = 0$ ทำให้เราได้ว่า

$$[(z^p - 1) + \phi z^\gamma G(z)]E(z) = 0 \quad \text{จากนั้นเราสามารถเขียนได้ว่า}$$

$$z^p E(z) = [1 - \phi z^\gamma G(z)]E(z) \quad (5)$$

เนื่องจาก z^p คือตัวดำเนินการเลื่อนในเวลาไปหนึ่งคาบ หรือกล่าวได้ว่าผลการแปลง z ของความผิดพลาดในการทำซ้ำคาบถัดไปสามารถหาได้จาก ฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) $(1 - \phi z^\gamma G(z))$ คูณกับผลการแปลง z ของความผิดพลาดในการทำซ้ำในคาบปัจจุบัน และเงื่อนไขสถานะเสถียรภาพของการควบคุมแบบทำซ้ำ เพื่อให้ระบบควบคุมนี้มีความผิดพลาดลดลงเพียงอย่างเดียวคือ $|1 - \phi z^\gamma G(z)| < 1$ ดังอธิบายไว้ใน[12] ซึ่งเพียงพอที่เราจะพิจารณาการตอบสนองเชิงความถี่ สามารถหาได้โดยการแทนค่า $z = \exp(i\omega T)$ ลงในสมการข้างต้น ทำให้เงื่อนไขสถานะเสถียรภาพของการควบคุมแบบทำซ้ำ เพื่อให้ระบบควบคุมนี้มีความผิดพลาดลดลงเพียงอย่างเดียวลดรูปลงเป็น

$$|1 - \phi(e^{i\omega T})^\gamma G(e^{i\omega T})| < 1 \quad (6)$$

$$\forall \omega, 0 < \omega \leq \text{Nyquist frequency}$$

เมื่อ T คือเวลาของการสุ่มสัญญาณ (sampling time) ซึ่งสำหรับฟังก์ชัน $G(z)$ โดยทั่วไปแล้วยากที่จะทำให้ระบบควบคุมเป็นไปตามเงื่อนไขของ (6) [13] เนื่องจากจะมีสัญญาณที่ความถี่สูงทำให้ระบบนั้นไม่เสถียร ดังแสดงในรูปที่ 7 ดังนั้นเพื่อให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพจึงจำเป็นที่จะต้องวิธีที่จะทำให้คุณลักษณะถ่ายโอน (transfer characteristic) สอดคล้องเงื่อนไขทำนองเดียวกับ (6) วิธีที่เสนอในบทความนี้คือการใช้ฟิเตอร์แบบความถี่ต่ำผ่านไร้เฟส (zero phase low pass filter), $F(z)$ กรองสัญญาณของ $U(z)$ ในรูปที่ 1 ก่อนที่จะเข้า $G(z)$

2.2 การฟิเตอร์แบบไร้เฟสกับ RC

สมมติให้ $F(z)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของฟิเตอร์ เมื่อใช้ฟิเตอร์กับ (3) เราสามารถเขียน

$$U(z) = F(z)[z^{-p}U(z) + \phi z^{-\gamma} E(z)] \quad (7)$$

ใช้ (4) และ (7) สามารถจัดรูปได้เป็น

$$\begin{aligned} [z^p - F(z) + \phi z^\gamma G(z)F(z)]E(z) \\ = (z^p - F(z))(Y_d(z) - W(z)) \end{aligned} \quad (8)$$

สมการเอกพันธ์ซึ่งผลเฉลยกำหนดความเสถียรของระบบในสมการที่ (8) เขียนได้ว่า $z^p E(z) = F(z)[1 - \phi z^\gamma G(z)]E(z)$ ซึ่งเงื่อนไขสถานะ

เสถียรภาพ ของการควบคุมแบบทำซ้ำเมื่อใช้ฟิลเตอร์เพื่อให้ระบบควบคุมนี้ มีความผิดพลาดลดลงเพียงอย่างเดียวอาจเขียนได้ว่า

$$|F(z)[1 - \phi z^{\gamma} G(z)]| < 1 \quad (9)$$

สมการ (9) เป็นจริงสำหรับกรณีทั่วไปในการฟิลเตอร์ (ทั้งแบบมีชนวน (causal) และ ไม่มีชนวน (noncausal)) สำหรับกรณีของการฟิลเตอร์แบบมีชนวน สมการ (9) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$|F(z)[1 - \phi z^{\gamma} G(z)]| < 1 \quad (10)$$

$$z = \exp(i\omega T), \forall \omega, 0 < \omega \leq \text{Nyquist frequency}$$

2.3 การฟิลเตอร์แบบไร้เฟสด้วยขบวนการแบบช่วง

การฟิลเตอร์แบบไร้เฟสของสัญญาณ ในโดเมนของเวลานั้นสามารถทำได้โดย ขบวนการแบบช่วง (batch process) ซึ่งได้จากการป้อนสัญญาณเดินทางในโดเมนของเวลาเข้าสู่ฟิลเตอร์แล้วจึงกลับลำดับของสัญญาณที่ได้จากการฟิลเตอร์ครั้งแรก เพื่อป้อนเข้าฟิลเตอร์อีกครั้งและเมื่อกลับลำดับ ผลของสัญญาณที่ได้จากการฟิลเตอร์ครั้งที่สองแล้วผลลัพธ์ที่ได้คือ สัญญาณที่ผ่านฟิลเตอร์ไร้เฟสซึ่งถูกลดทอนแอมพลิจูดสองครั้งจากสมการฟิลเตอร์ที่เลือกใช้ ส่วนเฟสที่เปลี่ยนแปลงไปในตอนแรกก็จะเปลี่ยนแปลงอีกครั้งแต่จะเป็นในทิศทางตรงกันข้ามทำให้การเปลี่ยนแปลงเฟสนั้นหักล้างกันหมดไป เฟสของสัญญาณที่ออกมาจากฟิลเตอร์ชนิดนี้ก็จะเท่ากับสัญญาณเดิมนั้นเอง เนื่องจากการป้อนสัญญาณ เดินทางและถอยหลัง ดังนั้นเราจึงสามารถประยุกต์ใช้ฟิลเตอร์ชนิดนี้ได้เฉพาะสัญญาณที่มีการบันทึกค่าไว้ในหน่วยความจำได้เท่านั้น ในขบวนการแบบช่วงทำให้ไม่สามารถประยุกต์ใช้ในเวลาจริง นอกจากนี้ยังมีผลกระทบจากค่าเริ่มต้นของฟิลเตอร์ทั้งสองด้าน ซึ่งมีผลทำให้อินพุตมีความไม่ต่อเนื่องในช่วงเริ่มต้นของขบวนการแบบช่วง เราสามารถเลือกใช้ ฟิลเตอร์ต่ำผ่านแบบมีชนวน(causal) เช่น ฟิลเตอร์บัตเตอร์เวิร์ทกับ RC [11,14] ซึ่งเมื่อ $H(z)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของฟิลเตอร์บัตเตอร์เวิร์ท สมการ (3) เมื่อใช้การฟิลเตอร์แบบไร้เฟสโดย ขบวนการแบบช่วงเขียนได้เป็น

$$U(z) = F_b(z)[z^{-p}U(z) + \phi z^{\gamma-p}E(z)] \quad (11)$$

$$F_b(z) = H(z^{-1})H(z)$$

และสมการ (9) แทนด้วย

$$|F_b(z)[1 - \phi z^{\gamma} G(z)]| < 1 \quad (12)$$

รูปที่ 2 แสดงผลที่ได้จากการใช้ฟิลเตอร์บัตเตอร์เวิร์ท อันดับที่ 15 ความถี่ตัดที่ 50Hz และป้อนสัญญาณซึ่งมีความถี่ 3 Hz เข้าไปเพื่อดูผลของเฟสเมื่อสัญญาณผ่านฟิลเตอร์ทั้งกรณีมีเฟสและไร้เฟส ส่วนในรูปที่ 3 แสดงถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นของสัญญาณเดิม กับสัญญาณที่ผ่านบัตเตอร์เวิร์ทฟิลเตอร์ไร้เฟสข้างต้น ซึ่งจะพบว่าค่าของความคลาดเคลื่อนที่ด้านต้นและปลายของสัญญาณนั้นจะสูงกว่าบริเวณช่วงกลางของสัญญาณเนื่องจากผลกระทบของสถานะเริ่มต้น (initial condition) และสถานะสุดท้าย (final condition) ของฟิลเตอร์ทั้งช่วงเดินทางและช่วงถอยหลัง

2.4 การฟิลเตอร์แบบไร้เฟสกับ RC ในเวลาจริง

การฟิลเตอร์แบบไร้เฟสในเวลาจริงนั้นไม่อาจปฏิบัติการได้แบบมีชนวน โดยลำดับในสถานการณ์ทั่วไปซึ่งจะเห็นได้จากหัวข้อที่แล้ว แต่ด้วยการควบคุมแบบทำซ้ำเราสามารถสร้างการฟิลเตอร์แบบไร้เฟสในเวลาจริงได้ในแต่ละลำดับขั้นของเวลา[10] พิจารณาผ่านบัตเตอร์

เวิร์ทฟิลเตอร์ในปริภูมิสเตทการป้อนสัญญาณเดินทางในโดเมนของเวลาเข้าสู่ฟิลเตอร์ $H(z)$ ดังกล่าวใน 2.3 เขียนแทนด้วย

$$x(k+1) = Ax(k) + Bv(k) \quad (13)$$

$$\bar{v}(k) = Cx(k) + Dv(k)$$

และการป้อนสัญญาณถอยหลังเขียนแทนด้วย

$$\hat{x}(k-1) = A\hat{x}(k) + B\bar{v}(k) \quad (14)$$

$$\hat{v}(k) = C\hat{x}(k) + D\bar{v}(k)$$

ซึ่ง $\hat{v}(k)$ คือผลของสัญญาณที่ผ่านบัตเตอร์เวิร์ทฟิลเตอร์แบบไร้เฟส ณ ลำดับเวลาที่ k พิจารณา RCกับการฟิลเตอร์แบบไร้เฟสในเวลาจริง ณ ลำดับเวลาที่ n สมการ (2) ต้องการสัญญาณฟิลเตอร์แบบไร้เฟสในเวลาจริงของ $u(n-p) + \phi e(n-N+\gamma)$ ซึ่งให้ $N = p - \gamma$ เป็นลำดับที่ของเวลาในการป้อนสัญญาณถอยหลังนับจากเวลาปัจจุบัน ดังนั้นลำดับเวลาที่ n ในการป้อนสัญญาณเดินทางซึ่งคำนวณ $\bar{v}(n)$ ได้ตามสมการ (13) เราต้องการเพียงแค่อสัญญาณถอยหลังจากการฟิลเตอร์แบบไร้เฟสของลำดับเวลาที่ $n-N$ เขียนแทนด้วย

$$\hat{v}(n-N) = C\hat{x}(n-N) + D\bar{v}(n-N)$$

$$= CA^N \hat{x}(n) + h(N)\bar{v}(n-1) + h(N-1)\bar{v}(n-2) + \dots + h(1)\bar{v}(n-N+1) + h(0)\bar{v}(n-N)$$

$$(15)$$

เมื่อ $h(i) = CA^{i-1}B, i = 1, 2, 3, \dots$ ซึ่งสมการ (15) ไม่ได้รวมผลของค่าเริ่มต้นในการคำนวณการป้อนสัญญาณเดินทางที่เวลาศูนย์แต่รวมผลของค่าเริ่มต้นในการคำนวณการป้อนสัญญาณถอยหลังที่เวลา n ซึ่งคือ $\hat{x}(n)$ ซึ่งในกรณีนี้ที่ค่า N ไม่มากเพียงพอที่จะตัดพจน์ $CA^N \hat{x}(n)$ ที่ได้จาก (15) ละพจน์ $CA^N \hat{x}(n)$ เราสามารถฟังก์ชันถ่ายโอนได้ว่า

$$\hat{V}(z) = [h(0) + h(1)z + \dots + h(N)z^N][C(zI - A)^{-1}B + D]V(z)$$

$$= H_N(z^{-1})H(z)V(z) \quad (16)$$

จากสมการ (7) เมื่อให้ $\hat{V}(z) = z^p U(z)$ และ $V(z) = U(z)$ สามารถแสดงได้ด้วย

$$U(z) = F_r(z)[z^{-p}U(z) + \phi z^{\gamma-p}E(z)] \quad (17)$$

$$F_r(z) = H_N(z^{-1})H(z)$$

(17) ต่างจาก (11) ที่พจน์ $H_N(z^{-1})$ ได้จากการตัดปลายของ $H(z)$ หลังจากพจน์ที่ N ไป สังเกตว่า $H_N(z^{-1})$ มีแค่ศูนย์ (zeros) ดังนั้น $F_r(z)$ มีโพล (poles) ซึ่งอยู่ในวงกลมหนึ่งหน่วยจาก $H(z)$ เท่านั้นซึ่งทำให้เกณฑ์เสถียรภาพเขียนแทนด้วย

$$|F_r(z)[1 - \phi z^{\gamma} G(z)]| < 1 \quad (18)$$

$$z = \exp(i\omega T), \forall \omega, 0 < \omega \leq \text{Nyquist frequency}$$

3. การใช้ฟิลเตอร์แบบไร้เฟสกับตัวควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริง

ในบทความนี้เสนอวิธีการหนึ่งในการใช้ฟิลเตอร์แบบไร้เฟสกับตัวควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริง ในทางปฏิบัติเพื่อความสะดวกเราสามารถเลือกใช้คำสั่ง fitfilt จาก MATLAB ในการผลิตสัญญาณซึ่งผ่านฟิลเตอร์แบบไร้เฟส เนื่องจากการควบคุมชนิดนี้จะใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในอดีตมาปรับปรุงคำสั่งที่ให้กับระบบดังสมการที่ (2) ซึ่งเราใช้ฟิลเตอร์แบบไร้เฟสกรองสัญญาณคำสั่งที่มีความถี่สูงที่ทำให้ระบบไม่เสถียรออกไป การนำสัญญาณผ่านฟิลเตอร์จะสร้างชุดสัญญาณคำสั่งข้อมูลใน

อดีตจาก RC โดยที่ค่ากลางของช่วงข้อมูลนั้นจะอยู่ห่างจากค่าเวลาปัจจุบัน p ช่วงเวลา ดังแสดงในรูปที่ 4 แล้วจึงนำข้อมูลของสัญญาณดังกล่าวไปเข้าสู่ฟิลเตอร์รีเฟสด้วย filter และเลือกใช้ค่าตำแหน่งตรงกลาง $u(k-p)$ ซึ่งได้รับผลกระทบเนื่องจากค่าสภาวะเริ่มต้นและสุดท้ายของฟิลเตอร์น้อยที่สุด การใช้ตัวกรองสัญญาณชนิดนี้กับระบบควบคุมแบบทำซ้ำได้ซึ่งสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังต่อไปนี้

1. เริ่มด้วยการป้อนสัญญาณเข้าพลาเน็ต $G(z)$ แบบเดินหน้า พร้อมกับบันทึกค่าของสัญญาณอินพุท และสัญญาณเอาต์พุท และความผิดพลาดของระบบ ณ ตำแหน่งของช่วงเวลานั้นๆไว้

2. เมื่อการตอบสนองของระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัว (steady state) โดยทั่วไปพิจารณาที่สี่เท่าของค่าคงตัวทางเวลาซึ่งสมมติว่าที่ k จึงเริ่มใช้การควบคุมแบบทำซ้ำโดยใช้ข้อมูลของสัญญาณอินพุทและความผิดพลาดย้อนหลังไป p และ $p+\gamma$ ช่วงเวลาตามลำดับตามสมการที่ (2) แต่เนื่องจากสัญญาณที่ได้มานั้นอาจจะมีส่วนของสัญญาณที่มีความถี่สูงเข้ามาด้วยจึงต้องนำสัญญาณนี้ไปผ่านตัวกรองความถี่ต่ำผ่านโดยนำสัญญาณในช่วงเวลา ดังรูปที่ 4 ซึ่งนำช่วงสัญญาณค่าส่งมารวมกับช่วงสัญญาณของความผิดพลาดจะได้

$$u^*(i) = u(k-p+i) + \phi e(k-p+\gamma+i)$$

เมื่อ $-l \leq i \leq l$ และ $\frac{3n}{2} - 1 < l \leq p - \gamma - 1$ (19)

เมื่อ n เป็นดีกรีของตัวกรองสัญญาณ จะเห็นได้ว่าสมการที่ (19) นี้จะเป็นสมการที่ causal เพราะข้อมูลที่นำมาใช้เป็นข้อมูลที่เกิดขึ้นในอดีตทั้งสิ้น

3. นำข้อมูล $u^* = [u^*(-l), \dots, u^*(l)]^T$ ผ่านฟิลเตอร์แบบรีเฟสแบบต่ำผ่าน (เพื่อความสะดวกเลือกใช้ filter ใน MATLAB) ซึ่งหลังจากที่นำข้อมูลเข้าฟิลเตอร์นี้แล้วจึงนำผลลัพธ์ที่ได้จากการฟิลเตอร์ลำดับที่ $l+1$ เท่านั้น มาใช้เป็นสัญญาณค่าส่ง $u(k)$ ให้กับระบบต่อไป เราอาจสังเกตได้ว่าเฉพาะส่วนของฟิลเตอร์นั้นเป็นผลตอบสนองของฟิลเตอร์ในช่วงเวลาจำกัดทั้งตอนเดินหน้าและถอยหลังซึ่งยังมีผลของสถานะชั่วคราวรวมอยู่ด้วยดังนั้นการใช้ (15)-(18) จึงเป็นแค่การประมาณเท่านั้น

4. ผลการจำลองแบบเชิงตัวเลข

ในการจำลองเชิงตัวเลขนี้ใช้โปรแกรม MATLAB สร้างแบบจำลองของข้อต่อหุ่นยนต์ ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G(s) = \left(\frac{8.8}{s+8.8} \right) \left(\frac{37^2}{s^2 + 2(0.5)(37)s + 37^2} \right) \quad (19)$$

Longman และ Songchon [11] ได้ใช้ทดสอบการควบคุมแบบเรียนรู้มาแล้ว ซึ่งในบทความนี้ใช้ค่าการสุมชกสัญญาณ 100 เอิร์ทหรือ $T = 0.01$ วินาที กำหนดให้วิธีที่ต้องการให้ข้อต่อของหุ่นยนต์เคลื่อนที่เป็นไปตามสมการ

$$y_d(kT) = (1 - \cos(2\pi kT))45^\circ, k = 0, 1, 2, \dots, 100 \quad (20)$$

และใช้ฟิลเตอร์บัตเตอร์เวิร์ทแบบต่ำผ่านอันดับที่ 15 ในการสร้างฟิลเตอร์รีเฟส

รูปที่ 5 แสดงผลการจำลองแบบของผลกระทบของค่าเฟสล้ำหน้า $\gamma - 1$ กับ การตอบสนองเชิงความถี่ของค่าความผิดพลาดของการ

ควบคุมแบบทำซ้ำเมื่อ $\phi = 1$ จะพบว่าไม่มีค่า γ ใดเลยที่ทำให้ระบบเสถียรอยู่ได้เมื่อเวลาผ่านไปโดยที่ค่า $\gamma = 4$ (เฟสล้ำหน้า=3) จะทำให้ระบบมีความผิดพลาดน้อยที่สุดซึ่งผลที่ได้ในรูปที่ 6 มีความสอดคล้องกัน

รูปที่ 7 แสดงผลการจำลองแบบของผลกระทบของค่าความถี่ต่ำผ่านของตัวกรองสัญญาณรีเฟสที่ $\gamma = 4$ เมื่อ $\phi = 1$ พบว่าหากเลือกใช้ความถี่ตัดเท่ากับ 90Hz จะเริ่มทำให้ระบบควบคุมแบบทำซ้ำนี้เสถียรภาพได้กล่าวคือค่าผิดพลาดของการควบคุมมีช่วงภาวะชั่วคราวลดลงเพียงอย่างเดียว และเข้าสู่ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว โดยที่ค่าความถี่ต่ำผ่านน้อยกว่าจะทำให้ค่าผิดพลาดในสถานะชั่วคราวลดลงได้อย่างรวดเร็วกว่าค่าความถี่ต่ำผ่านสูงกว่า แต่ค่าความถี่ต่ำผ่านที่สูงกว่าจะให้ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวในระดับต่ำกว่าความถี่ต่ำผ่านน้อยซึ่งที่ความถี่ตัด 85 Hz ให้ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวต่ำสุด(น้อยกว่า 10^{-10} !)

รูปที่ 8 แสดงผลการจำลองแบบของผลกระทบของค่าขยายการเรียนรู้ กับค่าผิดพลาดของ RC เมื่อใช้ $\gamma = 4$ และฟิลเตอร์รีเฟสเดียวกับในรูปที่ 7 จะเห็นได้ว่าที่ค่าการขยายการเรียนรู้ $\phi = 1$ จะทำให้อัตราการลดลงของค่าผิดพลาดมากที่สุด ส่วน ϕ ค่าอื่น ๆ $\phi = 1 \pm \delta, 0 \leq \delta < 1$ นั้นเกือบจะเป็นเส้นเดียวกัน แต่ในช่วงค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวค่า ϕ ที่มีค่ามากกว่าจะทำให้ได้ระดับของค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวต่ำกว่า

5. บทสรุป

ในบทความนี้ได้สร้างและประยุกต์ใช้ฟิลเตอร์รีเฟสกับการควบคุมแบบทำซ้ำในเวลาจริงโดยทดสอบความมีประสิทธิภาพกับแบบจำลองของข้อต่อหุ่นยนต์(19) ซึ่งจากผลการจำลองเชิงตัวเลขสามารถเลือกค่าเฟสล้ำหน้าที่เหมาะสมกับ(19)เมื่อ $\gamma = 4$ และจากการใช้ฟิลเตอร์บัตเตอร์ในการสร้างฟิลเตอร์รีเฟสสามารถสร้างเสถียรภาพให้เกิดขึ้นกับระบบ สำหรับค่าความถี่ตัดนั้นจะเป็นตัวกำหนดอัตราการลดลงของความผิดพลาดในภาวะชั่วคราวและระดับของค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว โดยที่ค่าความถี่ต่ำผ่านน้อยกว่าจะทำให้ค่าผิดพลาดในสถานะชั่วคราวลดลงได้อย่างรวดเร็วกว่าค่าความถี่ต่ำผ่านสูงกว่า แต่ค่าความถี่ต่ำผ่านที่สูงกว่าจะให้ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวในระดับต่ำกว่า ส่วนค่าอัตราการขยายการเรียนรู้ที่พบว่ามีค่า $\phi = 1$ ทำให้อัตราการลดลงของความผิดพลาดในภาวะชั่วคราวเร็วและระดับของค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวอยู่ในระดับต่ำ

6. กิตติกรรมประกาศ

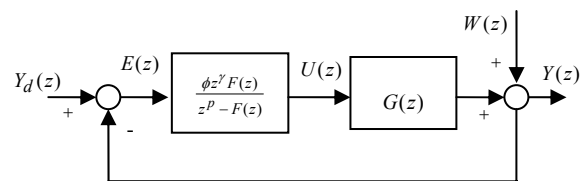
ผู้วิจัยขอขอบคุณบริษัทเทคโนโลยีซีสเต็ม (ประเทศไทย) จำกัด ที่เอื้อเฟื้ออุปกรณ์ตลอดจนสนับสนุนข้อมูลของโปรแกรม MATLAB มา ณ โอกาสนี้

7.เอกสารอ้างอิง

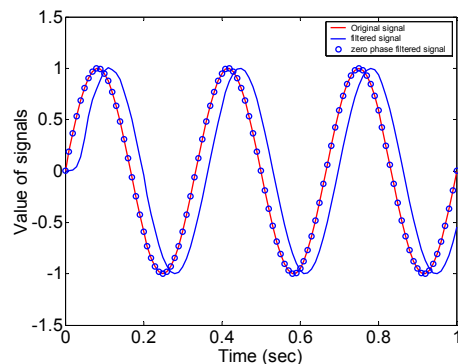
1. Uchiyama, M., "Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial (in Japanese)," *Transactions of the Society for Instrumentation and Control Engineer*, 1978, Vol. 14, pp. 706-712.
2. Arimoto, S., Kawamura, S., and Miyazaki, F., "Better operation of robots by learning." *Journal of Robotic System*, 1984, Vol.1, pp.123-140
3. Casalino, G. and Bartolini, G., "A learning procedure for the control movements of robotic manipulators," *IASTED Symposium on Robotics and Automation*, Amsterdam, The Netherlands, 1984, pp. 108-111.
4. Craig, J. J., "Adaptive control of manipulator through repeated trial," *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, USA, 1984, pp. 1566-1573.
5. Inoue, T., Nakano, M., and Iwai, S., "High accuracy control of a proton cynchrotron magnet power supply," *Proceedings of the 8th World Congress of IFAC*, XX, 1981, pp. 216-221.
6. Middleton, R. H. , Goodwin, G. C. and Longman, R.W., "A method for improving the dynamic accuracy of a robot performing a repetitive task," University of Newcastle, Newcastle, Australia, Department of Electrical Engineering Technical Report EE8546. Also , *International journal of Robotics Research*, 1989, Vol. 8, pp. 67-74.
7. Hara, S., and Yamamoto, Y., "Synthesis of repetitive control systems and its application, " *Proceedings of th 24th IEEE Conference on Decision and Control*, Fort Lauderdale, FL., 1985, pp. 1387-1392.
8. Tomizuka, M., Tsao, T.-C., and Chew, K.-K., " Analysis and synthesis of discrete time repetitive controllers," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1989, Vol. 111, pp. 353-358.
9. Longman, R. W., "Iterative learning control and repetitive control for engineering practice," *International Journal of Control*, 2000, Vol. 73, no. 10, pp. 930-954.
10. Longman, R. W., "Real time IIR zero-phase low-pass filtering for robust repetitive control," *Proceedings of the 6th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, Singapore, December 2000.
11. Longman, R.W. and Songchon, T., "Trade-offs in designing learning/repetitive controllers using zero-phase filtering for long term stabilization," *Advances in the Astronautical Sciences*, 1999, Vol.102, pp. 243-262.
12. Songchon, T. and Longman, R.W., "Comparison of the stability boundary and the frequency response stability

condition in learning and repetitive control," *Second International Workshop on Multidimensional (nD) Systems*, Czocha Castle, Lower Silesia, Poland, 2000, pp. 121-126.

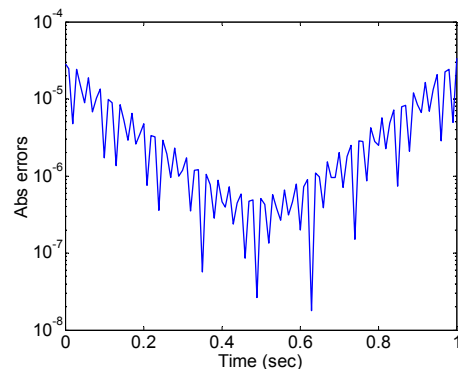
13. Songchon, T. and Longman, R. W., "On waterbed effect and repetitive control using zero-phase filtering," *Advances in the Astronautical Sciences*, 2001, Vol.108, pp.1321-1340.
14. Hsin, Y.-P., Longman, R. W., Solcz, E. J., and de Jong, J., "Experiments bridging learning and repetitive control," *Advances in the Astronautical Sciences*, 1997, Vol. 95, pp. 671-690.



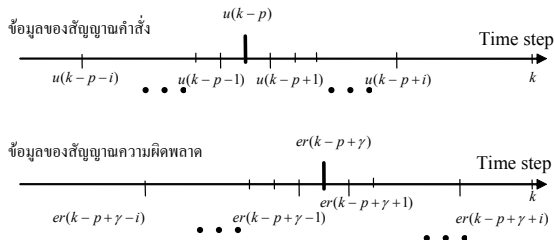
รูปที่ 1 แสดงการควบคุมแบบทำซ้ำกับการฟิลเตอร์ไร้เฟส



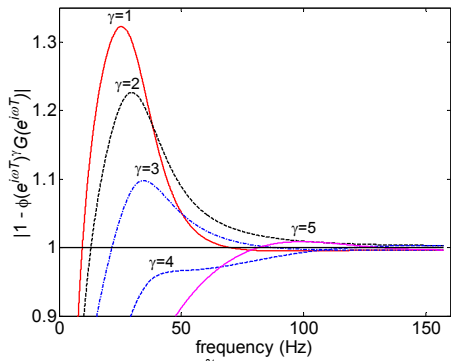
รูปที่ 2 แสดงถึงผลกระทบของเฟสเมื่อสัญญาณผ่านฟิลเตอร์



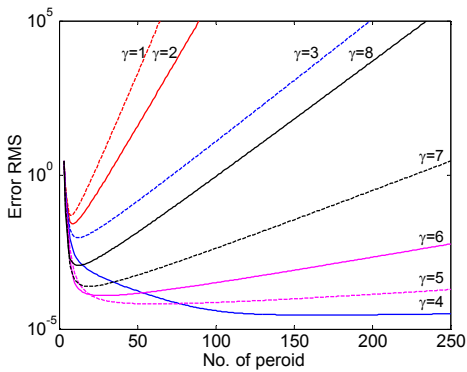
รูปที่ 3 แสดงความแตกต่างของสัญญาณเดิมกับสัญญาณที่ผ่านฟิลเตอร์ไร้เฟส



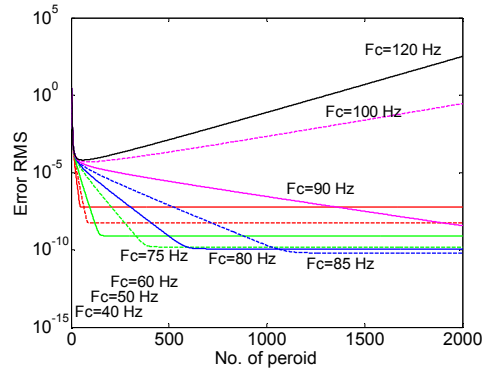
รูปที่ 4 แสดงแผนภาพของข้อมูลนำมาใช้ในการทำฟิลเตอร์ไร้เฟส ให้กับการควบคุมแบบทำซ้ำ



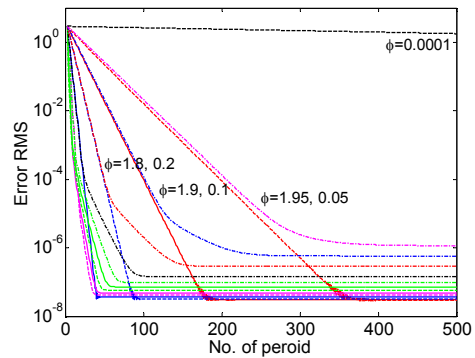
รูปที่ 5 ผลกระทบของมุมเฟสลำหน้าต่อการตอบสนองเชิงความถี่ของค่าความผิดพลาดของ RC เมื่อไม่มีการใช้ฟิลเตอร์



รูปที่ 6 ผลกระทบของมุมเฟสลำหน้าต่อค่าความผิดพลาดของการควบคุมแบบทำซ้ำเมื่อไม่มีการใช้ฟิลเตอร์



รูปที่ 7 แสดงผลการจำลองแบบของผลกระทบของค่าความถี่ที่ต่ำผ่านของตัวกรองสัญญาณไร้เฟสที่ $\gamma = 4$ เมื่อ $\phi = 1$



รูปที่ 8 แสดงผลการจำลองแบบของผลกระทบของค่าขยายการ เรียงน้ กับค่าผิดพลาดของ RC, $\gamma = 4$ และฟิลเตอร์ไร้เฟสเดียวกับในรูปที่ 7